Prof. Dr. Marc Hoyois
Dr. Denis Nardin
Fakultät für Mathematik
Universität Regensburg

WS 21/22
28.10.2021

Lineare Algebra I
2. Übungsblatt

Abgabe: Do. 04.11.2021, 10:15

Einstiegsaufgabe A. (nicht abzugeben) Bestimmen Sie alle $\in$- und $\subset$-Relationen zwischen folgenden Mengen:

$\mathbb{R}$	$\mathcal{P}(\mathbb{R})$
$\{\mathbb{R}\}$	$\{\pi, \mathbb{R}\}$
$\{\{\pi\}, \mathbb{R}\}$	$\{\pi, \{\mathbb{R}\}\}$
$\{\pi, \mathbb{R}, \mathcal{P}(\mathbb{R})\}$	$\{A \in \mathbb{R} \mid A \leq \pi\}$
$\{\mathbb{R}\} \cup \mathbb{R}$	$\{x \in \mathcal{P}(\mathbb{R}) \mid \pi \in x\}$

Einstiegsaufgabe B. (nicht abzugeben) Seien A und B zwei endlichen Mengen der Mächtigkeit a bzw. b. Beweisen Sie, dass die Menge $\mathrm{Abb}(A, B)$ genau b^a Elemente hat.

Hinweis. Verwenden Sie Induktion über a.

Aufgabe 1. Beweisen Sie den folgenden Satz.

Satz (universelle Eigenschaft des kartesischen Produkts)**.** *Seien A, B Mengen und*

$$\pi_1 \colon A \times B \to A, \quad (a,b) \mapsto a \qquad\qquad \pi_2 \colon A \times B \to B, \quad (a,b) \mapsto b$$

die kanonischen Projektionen. Zu jeder Menge C und jeden Abbildungen $f \colon C \to A$ und $g \colon C \to B$, gibt es genau eine *Abbildung $h \colon C \to A \times B$ mit $\pi_1 \circ h = f$ und $\pi_2 \circ h = g$.*

Aufgabe 2. Sei $(G, \cdot)$ eine Gruppe. Eine Teilmenge $H \subset G$ heißt *Untergruppe* von $(G, \cdot)$, wenn sich die Verknüpfung $\cdot \colon G \times G \to G$ zu einer Abbildung $\cdot \colon H \times H \to H$ einschränken läßt und $(H, \cdot)$ eine Gruppe ist.